2019　国家総合職　経済区分　No.1~No.15

島本　昌和

【No.　1】X 財と Y 財の２財を消費する、ある消費者の効用関数が以下のように示される。

$$u = 3x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$$

x：X 財の消費量、x≧0

y：Y 財の消費量、y≧0

X 財の価格を p_x、Y 財の価格を p_y、所与の効用水準を$\bar{u}$で表わすとき、この消費者の支出関数として妥当なのはどれか。

1　$\frac{1}{9}\bar{u}p_x^{\frac{1}{2}}p_y^{\frac{1}{2}}$

2　$\frac{1}{3}\bar{u}p_x^{\frac{2}{3}}p_y^{\frac{2}{3}}$

3　$\frac{4}{9}\bar{u}p_x^{\frac{2}{3}}p_y^{\frac{2}{3}}$

4　$\frac{2}{3}\bar{u}p_x^{\frac{1}{2}}p_y^{\frac{1}{2}}$

5　$\frac{2}{3}\bar{u}p_x\ p_y$

正答 4

支出関数はある効用 u を実現するために最低限いくらが必要か、ということを示す関数です。

具体的には間接効用関数を作り、支出額 I について解くことになります。

効用関数がコブ＝ダグラス型であることより、 x 財と y 財の需要関数は次のように求められます。

$$x = \frac{I}{2p_x}$$

$$y = \frac{I}{2p_y}$$

これを効用関数に代入すると

$$u = 3\left(\frac{I}{2p_x}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{I}{2p_y}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$u = \frac{3}{2}I\left(\frac{1}{p_x}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{p_y}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$I = \frac{2}{3}up_x^{\frac{1}{2}}p_y^{\frac{1}{2}}$$

島本　昌和

【No.　2】X 財と Y 財の 2 財を消費する、ある消費者の効用関数が以下のように示される。

$$\mathrm{u} = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$$

x : X 財の消費量、x≧０
y : Y 財の消費量、y≧０
当初、X 財の価格は 9、Y 財の価格は 18、消費者の予算は 600 であったとする。いま、Y 財の価格は変わらず、X 財の価格のみが 8 倍の 72 に上昇したとする。このとき、この消費者が X 財の価格上昇前と同じ効用水準を達成するために必要な、予算の増額分はいくらか。

1　100
2　200
3　300
4　600
5　1000

正答 4

予算を I として、X 財と Y 財の需要関数を求めて間接効用関数を作ります。
まず、需要関数は効用関数がコブ＝ダグラス型であることより

$$\mathrm{x} = \frac{I}{3p_x}$$

$$\mathrm{y} = \frac{2I}{3p_y}$$

これを効用関数に代入して

$$\mathrm{u} = \left(\frac{I}{3p_x}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2I}{3p_y}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{I}{3}\left(\frac{1}{p_x}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{p_y}\right)^{\frac{2}{3}}$$

ここで、効用水準 u が同じより、左辺に変化前の数値、右辺に変化後の数値をいれた等式を作ると

$$\frac{600}{3}\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{18}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{I}{3}\left(\frac{1}{72}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{18}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$600\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}} = \mathrm{I}\left(\frac{1}{72}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\mathrm{I} = 600 \times \left(\frac{72}{9}\right)^{\frac{1}{3}} = 600 \times 2 = 1200$$

よって、予算を当初より 600 増加させることが必要となります。

島本　昌和

【No.　3】ある財の逆需要関数が、

p＝81－3x

p：財の価格

x：財の需要量

で示されるとする。

この財が企業ｉ（i＝１，２，３）によって生産されており、財の生産における企業の費用関数は、いずれも同じ形であり、

$C_i = 9q_i$

C_i:企業ｉの費用

q_i:企業ｉの生産量

で示されるとする。このとき、3企業が共謀して利潤の和が最大になるように行動する場合における3企業の利潤の合計と、クールノー均衡における3企業の利潤の合計の差はいくらか。

1　0

2　72

3　108

4　162

5　432

正答3

共謀とクールノーの場合の利潤の違いです。

共謀の場合の利潤は、企業が1社しかいないとして計算すればよいです。

この場合利潤関数πはq＝xとして

π＝（81－3x）x－9x

π＝81x − 3x² − 9x　利潤最大化の1階条件より

$\frac{d\pi}{dx} = 72 - 6x = 0$

x＝12

全体で12の生産となります。このときの利潤は、利潤関数に代入して

$\pi = 72 \times 12 - 3 \times 12^2 = 432$

つぎにクールノー均衡です

この場合、均衡ではx＝$q_1 + q_2 + q_3$となるので、需要曲線を次のように改めます

p＝81－3（$q_1 + q_2 + q_3$）

企業1の利潤関数π_1は

$\pi_1 = \{81 - 3(q_1 + q_2 + q_3)\}q_1 - 9q_1$

$\pi_1 = 81q_1 - 3q_1^2 - 3q_1q_2 - 3q_1q_3 - 9q_1$

島本　昌和

$\pi_1 = 72q_1 - 3q_1^2 - 3q_1q_2 - 3q_1q_3$

$\frac{d\pi_1}{dq_1} = 72 - 6q_1 - 3q_2 - 3q_3 = 0$

これが企業１の反応関数です。あとは、企業２，３の反応関数を求めて連立させればよいですが、費用関数が同じ場合、クールノー均衡では各企業の生産量は同じになります。したがって $q_1 = q_2 = q_3$ となるので

$72 - 12q_1 = 0$

$q_1 = 6$

これを企業１の利潤関数に代入して

$\pi_1 = 72\times6 - 3\times6^2 - 3\times6^2 - 3\times6^2 = 108$

3 企業の利潤の合計は 108×3＝324

432－324＝108

島本　昌和

【No.　4】ある財の逆需要関数が、
p＝78－2X
p：財の価格
X：財の需要量
で示されるとする。
この財を生産する際の費用関数は、財を生産する潜在的に多数存在する企業すべてについて同じ形であり
$\mathrm{C} = 6x^2 + 72$
C：企業の費用
x：企業の生産量
で示されるとする。
　各企業が、他の企業の生産量を所与として、利潤が最大になるように自己の生産量を決定する場合、長期均衡における市場の企業数 n（＞０）はいくらか。ただし、企業は利潤が非負である限り生産を行うものとし、潜在的な企業数は十分大きいものとする。

1　4
2　6
3　8
4　10
5　12

正答 2
ある企業の生産量を x としてこの企業の直面する需要曲線を
p＝78－2（x+ z ）のようにします。z は他の企業の生産量です（この企業にとって z は定数)。
p=78－2 x －2z
ここで、限界収入を求めると、限界収入 MR は需要曲線の傾きが 2 倍となるので
MR=78－2 z －4 x
限界費用 MC は費用曲線 C を微分して
MC=12x
よって利潤最大化条件より
12 x ＝78－2 z －4 x
 z ＝39－8x　となります。
これを需要曲線に代入して
p＝78－2（ x +39－8 x ）
p＝14 x
このときこの企業の収入 TR は TR=14x×x＝$14x^2$
長期均衡では、利潤がゼロ、すなわち収入と費用が等しいはずだから
$14x^2 = 6x^2 + 72$

島本　昌和

$8x^2=72$

$x=3$

各企業の生産量は 3 であることがわかります。

このとき市場価格は

14×3＝42

需要曲線より

42＝78－2X

2X=36

X=18

市場全体で 18 の需要があることがわかります。

したがって、各企業の生産量が 3 であることより、企業数は 18÷3＝6

島本　昌和

【No.　5】同じ財を生産する二つの工場を持つ企業を考える。各工場の費用関数は以下のように示される。

$C_1 = y_1^2$　　（C_1：工場 1 の生産費用、y_1：工場 1 の生産量、$y_1 \geqq 0$）

$C_2 = 600y_2$　　（C_2：工場 2 の生産費用、y_2：工場 2 の生産量、$y_2 \geqq 0$）

この企業は、総生産量 Y（Y＝$y_1 + y_2$）の生産費用が最小となるように各工場での生産量を決めるものとする。

Y=200 である場合の工場 1 での最適な生産量をy_1^*、Y＝400 である場合の工場 1 での最適な生産量をy_1^{**}とするとき、y_1^*とy_1^{**}の値の組合せとして妥当なのはどれか。

	y_1^*	y_1^{**}
1	100	200
2	200	200
3	200	300
4	200	400
5	300	300

正答 3

この企業の費用全体を C とおくと

C＝C_1+C_2＝y_1^2+600y_2　・・・①

つぎに Y＝$y_1 + y_2$より

$y_2 = Y - y_1$

よって

$\mathrm{C} = y_1^2 + 600(Y - y_1)$　費用を最小にする最適な生産量は

$\frac{dC}{dy_1} = 2y_1 - 600y_1 = 0$

$y_1 = 300$

いま計算したように①の関数はy_1=300 で費用が最小となる 2 次関数です。

Y が十分にあれば工場 1 では 300 の生産を行うとき費用が最小となります。

しかし、当初は Y＝200 ですから、200 以上の生産はできませんので、y_1 =200で費用が最小となります。

（$y_1 = 300$までは工場 1 の生産を増やし工場 2 の生産を減らすと費用は減少します）

島本　昌和

【No.　6】課税前の、ある財の市場の需要関数と供給関数が以下のように示されている。

d＝1250－20p、　s＝33p－1600　　（p：価格、d：需要量、s：供給量）

この財には当初10%の従価税が課されていたが、政府はその税率を20%に引き上げた。

このとき税率の変更による（1）市場価格（税込みの価格）の変化と、（2）税収の変化の組合せとして妥当なのはどれか。

	（1）	（2）
1	2上昇する。	70減少する
2	2上昇する。	140増加する。
3	3上昇する。	70減少する。
4	3上昇する。	70増加する。
5	3上昇する。	140増加する。

正答3

10%の税率の時の供給曲線（税込み）を次のように置きます。

s＝$\frac{33}{1.1}p-1600$

s＝30p－1600

均衡ではd＝sより

1250－20p＝30p－1600

50p＝2850

p＝57

これが税込みの価格です。では、次にこのときの税収を求めましょう。

p＝57のとき、需要曲線より

d＝1250－20×57＝110　の取引量があることがわかります。

このときの税込みの取引額は

57×110となります。

税抜きの取引額に1.1（10%を乗せた）ものがこの額ですから、

57×110÷1.1＝57×100　が税抜きの価格です。

したがって、税額は57×10＝570　となります。

つぎに税率が20%の時です。

このとき、税込みの供給曲線は

s＝$\frac{33}{1.2}p-1600$

均衡ではd＝sより

1250－20 p ＝$\frac{33}{1.2}p-1600$

$\frac{33}{1.2}p+20p=2850$

$\frac{57p}{1.2}=2850$

p＝60

島本　昌和

よって、税込み価格が 60－57＝3 上がることがわかります。

つぎに税収です。

需要曲線より取引量は

d＝1250－20×60＝50

よって税込みの取引額は

60×50＝3000

税抜きの取引額は

3000÷1.2＝2500

したがって税額は

3000－2500＝500

税収は

570－500＝70　減少することがわかります。

島本　昌和

【No.　7】株主がプリンシパルで経営者がエージェントであるモラル・ハザード問題を考える。経営者が努力する場合は会社の利益は確率$\frac{3}{4}$で 20000、確率$\frac{1}{4}$で 10000 となる。経営者が努力しない場合は会社の利益は確率$\frac{1}{4}$で 20000、確率$\frac{3}{4}$で 10000 となる。努力した場合の経営者のコストは 8 で、努力しなかった場合のコストは 0 とする。経営者の効用は以下のように示され、経営者は期待効用を最大化するように行動する。

$\mathrm{u} = \sqrt{w} - d$　（u：効用、w：報酬、d：経営者のコスト）

ここで、経営者はこの会社で働いた場合の期待効用が 35 を下回る場合には、この会社で働かず、その場合の会社の利益は 0 とする。

また、株主は経営者が努力したかどうかは観察できないが、会社の利益は観察できる。会社の利益が 20000 のときの経営者に対する報酬をw_G、利益が 10000 のときの報酬をw_Bとする。

このとき、次の報酬制度（w_G、w_B）のうち、会社の利益から経営者の報酬を引いたものの期待値が最大になるのはどれか。

1　（w_G、w_B）＝（1600,　900）
2　（w_G、w_B）＝（1600,　1600）
3　（w_G、w_B）＝（2500,　900）
4　（w_G、w_B）＝（2500,　1600）
5　（w_G、w_B）＝（2500,　2500）

正答 3

会社の利益の期待値は
・経営者が努力した場合
$\pi_{e1} = \frac{3}{4}(20000 - w_G) + \frac{1}{4}(10000 - w_B) = 17500 - \frac{3}{4}w_G - \frac{1}{4}w_B$
・経営者が努力しない場合
$\pi_{e2} = \frac{1}{4}(20000 - w_G) + \frac{3}{4}(10000 - w_B) = 12500 - \frac{1}{4}w_G - \frac{3}{4}w_B$

努力した場合の方が利益の期待値が大きい時
$17500 - \frac{3}{4}w_G - \frac{1}{4}w_B > 12500 - \frac{1}{4}w_G - \frac{3}{4}w_B$
$5000 > \frac{1}{2}w_G - \frac{1}{2}w_B$
$10000 > w_G - w_B$
選択肢の賃金体系はすべて満たします。この賃金体系では、経営者が努力したほうが利益の期待値が大きくなります。

島本　昌和

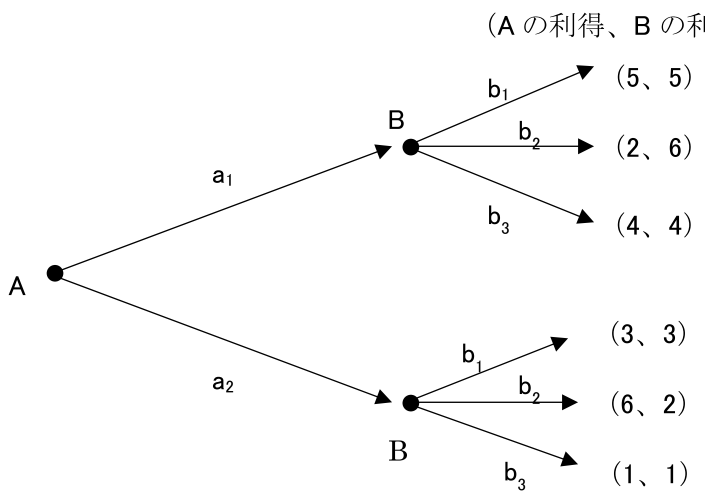
したがって、この選択肢の中から経営者が努力するような賃金の組合せを探します。

経営者が努力した場合の期待効用は
$u_e = \frac{3}{4}\left(\sqrt{w_G} - 8\right) + \frac{1}{4}(\sqrt{w_B} - 8) \geq 35$
経営者が努力しない場合の期待効用
$u_e = \frac{1}{4}\left(\sqrt{w_G} - 0\right) + \frac{3}{4}(\sqrt{w_B} - 0) \geq 35$

経営者に努力させるためには努力した場合の期待効用の方が大きければよいです。そのための条件は次のようになります。
$\frac{3}{4}\left(\sqrt{w_G} - 8\right) + \frac{1}{4}(\sqrt{w_B} - 8) > \frac{1}{4}\left(\sqrt{w_G} - 0\right) + \frac{3}{4}(\sqrt{w_B} - 0)$
$\sqrt{w_G} - \sqrt{w_B} > 16$
これを満たすのは 3 のみです。

島本　昌和

【No.　8】以下のゲーム・ツリーで表わされる展開型ゲームを考える。



このゲームでは、まずプレイヤーA が a_1 か a_2 を選び、次にプレイヤーB が、プレイヤーA がどちらを選んだのかを知った上で、b_1、b_2、b_3 の中から一つを選ぶ。

展開型ゲームにおける、あるプレイヤーの「戦略」とは「そのプレイヤーの全ての手番における選択のリスト」のことである。例えば、「プレイヤーA が a_1 を選んだら b_3 を選び、プレイヤーA が a_2 を選んだら b_1 を選ぶ」というプレイヤーB の戦略は(b_3、b_1)と表記することができる。

プレイヤーB の戦略の数を n_B とし、部分ゲーム完全均衡におけるプレイヤーA の利得を u_A*とすると、これらの値の組合せとして妥当なのはどれか。

	n_B	u_A*
1	3	6
2	6	3
3	6	5
4	9	3
5	9	5

正答 4

プレイヤーA が a_1 を選んだときのプレイヤーB の戦略の組合せは３通りあり、a_2 を選んだときにも３通りあります。したがって、（３通り、３通り）なので、３×３＝９通りの組み合わせがあることになります。具体的に列挙すると次のようになります。

（b_1、b_1）（b_1、b_2）（b_1、b_3）（b_2、b_1）（b_2、b_2）（b_2、b_3）（b_3、b_1）（b_3、b_2）（b_3、b_3）

部分ゲーム完全均衡は、A が a_2 を選び、B が b_1 を選ぶ時となりますので、A の利得は３です。

島本　昌和

【No.　9】次の表は、経済 A と経済 B を比較したものであり、表の数値は全て一定であるとする。また、それぞれの中央銀行がマネタリーベースを 1%増やしたときの経済 A と経済 B の物価上昇率をそれぞれ π_A、π_B とする。

このとき、(1)経済 A の貨幣乗数と、(2)経済 A と経済 B の物価上昇率の差（$\pi_A - \pi_B$）の組合せとして、妥当なのはどれか。なお、両経済の実質 GDP は変化せず、貨幣数量説が成立しているものとする。

	経済 A	経済 B
現金/預金比率	0.5	0.4
準備金/預金比率	0.1	0.4
貨幣の流通速度	1	2

	(1)	(2)
1	0.4	−0.75
2	0.4	0
3	2.5	−0.75
4	2.5	0
5	2.5	1.25

正答 4

(1)

貨幣乗数は通貨乗数の公式に入れれば求まります。

$$\mathrm{M} = \frac{\text{現金預金比率}+1}{\text{現金預金比率}+\text{支払準備率}}H$$

M：マネーストック

H：マネタリーベース（ハイパワードマネー）

が公式です。支払準備率はこの問題では、準備預/預金比率になります。

したがって

$$\mathrm{M} = \frac{0.5+1}{0.5+0.1}H$$

となりますので

$$\frac{0.5+1}{0.5+0.1} = 2.5$$

です。

貨幣数量説より、フィッシャーの交換方程式は

MV=PY　と示すことができます。

したがって

島本　昌和

$\frac{\Delta M}{M}+\frac{\Delta V}{V}=\frac{\Delta P}{P}+\frac{\Delta Y}{Y}$

また、
V と Y が一定であることより、それぞれの変化率はゼロだから

$$\frac{\Delta M}{M}=\frac{\Delta P}{P}$$

つぎに、マネーストック M とマネタリーベース H の関係は、貨幣乗数をｍとすると
M=mH
より

$$\frac{\Delta M}{M}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{\Delta H}{H}$$

となります。

mが一定であれば、変化率$\frac{\Delta m}{m}$はゼロなので、M と H の関係は

$$\frac{\Delta M}{M}=\frac{\Delta H}{H}$$

となります。従ってマネタリーベース$\frac{\Delta H}{H}$を 1%増やせば、マネーストック M が１%増加し、物価 P も１%増加することになります。つまり、経済 A も経済 B も物価上昇率は同じ 1%となります。

島本　昌和

【No.10】各家計は、ライフ・サイクル仮説に基づき行動し、80 年間の生涯を通じて毎年の消費額を均等にする。各家計の現役期が 50 年間、退職期が 30 年間であるものとし、現役期の各年の所得が 600 万円、退職期の各年の所得は 0 であると仮定する。各家計は、現役期の期首に資産や負債を持たず、退職期の期末にも資産や負債を残さないものとする。
このとき、ある年の現役期にある家計の数、退職期にある家計の数がそれぞれ、50、20 であるとすると、その年の経済全体の貯蓄率はいくらか。なお、利子率は 0 とする。

1　12.5%
2　22.0%
3　37.5%
4　46.0%
5　62.5%

正答 1
まず、各家計の消費額を求めます。
生涯所得は 50×600＝3 億
80 年間生きることより 3 億÷80＝375 万円
この経済では現役期の家計が 50 あるので、所得の合計は 50×600＝3 億円
消費額は 375×70＝2 億 6250 万円
貯蓄額は 3 億円－2 億 6250 万円＝3750 万円
貯蓄率は 3750 万÷3 億＝0.125

島本　昌和

【No.11】現役期（第１期）と退職期（第２期）の２期間を生きる個人を考える。現役期の課税前所得は２億 2,000 万円、退職期の年金受取前の所得は０である。この個人は、第１期の消費 C_1 と第２期の消費 C_2 から得られる以下の効用を最大化するように行動する。

$U(C_1, C_2)=C_1^6 C_2^5$

この個人は、第１期の期首には資産や負債を持たず、第２期の期末には資産も負債も残さないものとする。

ここで、この個人が直面する資金市場について、以下の二つのケースを考える。

【借入制約なし】

個人は金利 20%で自由に正の貯蓄及び借入（負の貯蓄）ができる。

【借入制約あり】

個人は金利 20%で自由に正の貯蓄ができるが、借入（負の貯蓄）は一切できない。

次に、政府の行動として、次の二つの政策を考える。

【政策 1】

第１期にこの個人から１億 2,000 万円を一括税として、徴収しその税収を金利 20%で運用した後に、第２期に全額を年金としてこの個人に還元する。

【政策 2】

第１期にこの個人から 8,000 万円を一括税として徴収し、その税収を金利 20%で運用した後に、第２期に全額を年金としてこの個人に還元する。

【政策 2】を採用する場合では、【政策１】を採用する場合と比べて、この個人の第１期の消費額C_1にはどれだけの差があるか。【借入制約なし】及び【借入制約あり】のそれぞれの場合における、C_1の差の組合せとして妥当なのはどれか。

	【借入制約なし】	【借入制約あり】
1	差がない	差がない
2	差がない	【政策 2】の方が 2,000 万円多い
3	差がない	【政策 2】の方が 4,000 万円多い
4	【政策 2】の方が 2,000 万円多い。	【政策 2】の方が 2,000 万円多い
5	【政策 2】の方が 4,000 万円多い。	【政策 2】の方が 4,0000 万円多い

正答 2

【借入制約が無い場合】

政策１のとき

この個人の制約式は

（22000－12000－C_1）　が貯蓄額ですから、

$C_2 = (22000-12000-C_1)\times 1.2 + 12000 \times 1.2$

$C_2 = 26400 - 1.2C_1$

島本　昌和

効用関数がコブ＝ダグラス型なので公式よりC_1を求めます。

$26400 \times \frac{6}{11} = 14400$

$1.2C_1 = 14400$

$C_1 = 12000$万円

政策２のとき

（22000－8000－C_1）　が貯蓄額ですから、

$C_2 = (22000 - 8000 - C_1) \times 1.2 + 8000 \times 1.2$

$C_2 = 26400 - 1.2C_1$

このように予算制約式は政策 1 の時も政策 2 の時も同じであり、この個人の消費額はどちらのケースでも差がありません。

【借入制約がある場合】

政策１のとき

先ほど計算したように【借入制約が無い場合】では現役時には 12000 万円の消費ですが、一括税が 12000 万円取られているので、所得 2 億 2000 万円では足りず、2000 万円の借り入れをしていることになります。

借入制約がある場合は、そのような借入ができませんので、現役時の消費額は借入制約がない時よりも 2000 万円少なくなる 1 億円です。

政策２のとき

【借入制約が無い場合】では、一括税が 8000 万円ですから、1 億 2000 万円の消費をしても、借入をする必要はありません。したがって、借入制約がある場合でも、借入制約が無い場合と同じ 1 億 2000 万円の消費ができます。

したがって、借入制約がある場合は、政策２の方が 2000 万円消費が多くなります。

島本　昌和

【No.12】ある家計が 2 期間存在する場合を考える。財は 1 種類のみであり、第 1 期にそのまま消費することも、貯蓄して第 2 期に生産資本として投入して財を生産・消費することも可能である。
第 1 期の消費をx_1、第 2 期の消費をx_2としたとき、家計の生涯効用 U は

$$\mathrm{U}(x_1, x_2) = x_1 + \frac{3}{4}x_2$$

　で示されるとする。
この家計は第 1 期にのみ 10 単位の財を得て、第 1 期に財を消費するとともに、第 2 期に向けて貯蓄 s（s ≧0）を行うことができる。すなわち$x_1 + s = 10$である。
第 2 期には、第 1 期の貯蓄 s を全て投入して生産を行うこととし、生産した財は第 2 期に、この家計が全て消費するものとする。また、その生産関数 F は、

$$\mathrm{F}(s) = 4s^{\frac{1}{2}}$$

で示される。
　この家計が、生涯効用を最大にするように各期間の消費を決定する場合、第 1 期における貯蓄 s はいくらか。

1　2.25
2　3.00
3　3.50
4　4.75
5　5.00

正答 1
$x_1 + s = 10$
より
$s = 10 - x_1$
よって、

$\mathrm{F} = 4(10 - x_1)^{\frac{1}{2}}$

これがx_2だから効用関数に代入して

$\mathrm{U} = x_1 + \frac{3}{4} \times 4(10 - x_1)^{\frac{1}{2}}$

$\mathrm{U} = x_1 + 3(10 - x_1)^{\frac{1}{2}}$

U をx_1で微分して 0 とおくと

$\frac{dU}{dx_1} = 1 + \frac{3}{2}(10 - x_1)^{-\frac{1}{2}} \times (-1) = 0$

$\frac{3}{2}(10 - x_1)^{-\frac{1}{2}} = 1$

島本　昌和

$(10 - x_1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

$(10 - x_1)^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$

$10 - x_1 = \frac{9}{4}$＝2.25
これが第 1 期の貯蓄です。

島本　昌和

【No.13】財市場及び貨幣市場が以下の IS-LM モデルで示される経済について考える。

Y=C+I+G

C=100+0.6Y

I=150－2000r

$\frac{M}{P}=L$

L＝300－4000r+0.8Y

Y：所得、C：消費、I：投資、G：政府支出、r：利子率、M：名目貨幣残高、P：物価水準、L：貨幣需要

ここで、G＝150、M＝1000、P=2 であるとき、（１）均衡国民所得 Y*、（２）貨幣需要 L の利子弾力性 E*の絶対値の組合せとして妥当なのはどれか。

	（１）	(2)
1	500	0.6
2	500	0.8
3	500	1.0
4	625	0.6
5	625	0.8

正答 4

まずは、均衡国民所得を求めます。

全てを代入して、

Y=100+0.6Y+150－2000r+150

0.4Y＝400－2000r

0.1Y=100－500r　　・・・①

$\frac{1000}{2}=300-4000r+0.8Y$

200＝－4000r+0.8Y

50＝－1000r+0.2Y　・・・②

①と②を連立させます。

①を②に代入して

50＝－1000r+2(100－500r)

50＝－1000r+200－1000r

2000r＝150

r＝0.075

①より

島本　昌和

$0.1Y=100-500\times 0.075$

$Y=625$

$r=0.075$　のとき

$L=300-4000\times 0.075+0.8\times 625$

$L=500$

貨幣需要の利子弾力性は利子率が１％変化した時に貨幣需要が何％変化するかということなので e_m とすると

$$e_m=\frac{\Delta L/L}{\Delta r/r}\times(-1)=\frac{\Delta L}{\Delta r}\times\frac{r}{L}\times(-1)=4000\times\frac{0.075}{500}=0.6$$

島本　昌和

【No.14】人的資本を組み込んだソローの経済成長モデルを考える。t 期の生産を Y_t、物的資本を K_t、人的資本を H_t で表わすと、生産関数は、

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$$

で示される。生産のうち、s の割合が物的資本の投資に当てられる。ここで、物的資本の減耗率は 0 である。したがって、物的資本K_tは初期値K_0を所与として

$$K_{t+1} = sY_t + K_t$$

に従って蓄積される。一方、この経済における労働者数L_tは伸び率 n で増加する。すなわち、L_tは初期値L_0を所与として

$$L_{t+1} = (1+n)L_t$$

で推移する。また、労働者は u の割合だけの時間を技能習得に費やし、この結果、人的資本H_tは次式によって示される。

$$H_t = (1+u)L_t$$

このとき、労働者一人当たりの、物的資本$\left(\frac{K_t}{L_t}\right)$及び生産$\left(\frac{Y_t}{L_t}\right)$が一定である定常状態における、労働者一人当たり物的資本$\left(\frac{K_t}{L_t}\right)$として妥当なのはどれか。なお、α、s、n、u は所与のパラメータを示し、0＜α＜１、0＜s＜1、０＜u＜１　である。

1　$\frac{s}{n}$

2　$\left(\frac{s}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

3　$\left(\frac{s}{n}\right)(1+u)$

4　$\left(\frac{s}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(1+u)$

5　$\left(\frac{s}{n}\right)^{\alpha}(1+u)$

正答 4

$$K_{t+1} = sY_t + K_t$$

より

$$K_{t+1} - K_t = sY_t$$

両辺をK_tで割って

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t} = \frac{sY_t}{K_t} \quad ・・・①$$

島本　昌和

次に

$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$に$H_t = (1+u)L_t$を代入して

$Y_t = K_t^{\alpha}\{(1+u)L_t\}^{1-\alpha}$

これを①式に代入して

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t} = \frac{sK_t^{\alpha}\{(1+u)L_t\}^{1-\alpha}}{K_t}$$

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t} = sK_t^{\alpha-1}\{(1+u)L_t\}^{1-\alpha}$$

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t} = \mathrm{s}(1+u)^{1-\alpha}K_t^{\alpha-1}L_t^{1-\alpha}$$

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t} = \mathrm{s}(1+u)^{1-\alpha}\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1}$$

これが資本ストックの成長率です。

労働の成長率は

$L_{t+1} = (1+n)L_t$　より n であるから、定常状態では

$$\mathrm{s}(1+u)^{1-\alpha}\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1} = n$$

$$\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1} = \frac{n}{s}(1+u)^{\alpha-1}$$

$$\left(\frac{K_t}{L_t}\right) = \left(\frac{n}{s}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}(1+u)$$

$$\left(\frac{K_t}{L_t}\right) = \left(\frac{s}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(1+u)$$

島本　昌和

【No.15】インフレ率をπ、産出量（自然対数値）をy、潜在GDP（自然対数値）をy_pで表わすと、名目価格の硬直性を仮定するニューケインジアン・フィリップス曲線は、以下のように記述できる。

$\pi = a + b(y - y_p)$

ただし、b＞0である。このニューケインジアン・フィリップス曲線に関する次の記述のうち、妥当なのはどれか。

1　aは名目価格の硬直性の程度を示しており、名目価格がより硬直的であるほど、aは小さくなる。

2　aは名目価格の硬直性の程度を示しており、名目価格がより硬直的であるほど、aは大きくなる。

3　aは失業率を示しており、失業率が高いほど、aは大きくなる。

4　bは名目価格の硬直性の程度に依存しており、名目価格がより硬直的であるほど、bは小さくなる。

5　bは名目価格の硬直性の程度に依存しており、名目価格がより硬直的であるほど、bは大きくなる。

正答4

ニューケインジアン・フィリップス曲線は、簡単に言うと、不完全化の企業は将来の限界費用の上昇を見込んで現在の価格を決めるということです。例えば将来的に限界費用が上昇すると予想したとき、即座にそれを価格に反映できないというのであれば、今のうちから徐々に価格を上げようとするということです。現在のGDPギャップ$y - y_p$の存在は、将来に対して、労働市場の賃金の調整があることを意味します。したがって、それを見込んで、価格を今のうちからすこしずつ上昇させる、つまりπが変化するという考え方です。企業がつける名目価格の変化が硬直的であるほど b は小さくなり、物価πの変動は小さくなります。